

УДК 536.21

Д. С. Симанков

## ЗАДАЧА КРАТКОВРЕМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЖИДКОГО И АМОРФНОГО ТЕЛ

*Предложена модель кратковременного взаимодействия жидкого и аморфного тел с граничными условиями третьего рода в аморфном теле без конвективного потока массы. Рассмотрен теплофизический аспект формирования температурного ощущения медико-биологического объекта (МБО) при соприкосновении с жидким телом с другой температурой. Методика кратковременных измерений в стадии иррегулярного теплового режима (импульсный метод) применена для исследования тепловой активности разных анатомических участков кожи МБО в зависимости от ее температуры. Экспериментально показано, что с увеличением температуры тепловая активность возрастает и находится в пределах  $640\text{--}1800 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{с}^{0.5})$ . Суммарная относительная погрешность метода измерений тепловой активности составила  $\sim 5\%$ . Аналитический расчет температуры поверхности МБО при соприкосновении предложено моделировать как комбинацию температур в жидкой и твердой средах, применяя критерий процентного влагосодержания в медико-биологическом объекте.*

**Ключевые слова:** иррегулярный тепловой режим, кратковременные измерения, тепловая активность, жидкость, медико-биологический объект, термический ожог.

**Введение.** Во время касания двух полуограниченных неизотермических твердых тел с разными температурами их температуры в области соприкосновения скачкообразно изменяются и становятся одинаковыми. Основной характеристикой в определении температуры на поверхности твердых тел является отношение их тепловых активностей, а не теплопроводностей [1]. Тепловая активность  $\epsilon$  представляет собой комплекс теплофизических характеристик и является мерой усвоения материалом тепла, характеризуемой коэффициентом теплоусвоения.

Из литературы [2] известно, что теплофизические свойства кожи человека зависят от температуры, с ее увеличением увеличивается теплопроводность. Различия в значениях характеристик медико-биологического объекта (МБО) связаны с анатомическим расположением измеренного участка кожи тела человека. Это можно объяснить слоистой структурой эпидермиса, толщина которого сильно зависит от места на теле человека, а следовательно, от биохимического состава компонент в этой слоистой структуре. Влияние внешних факторов на изменения теплофизических свойств МБО объясняется с помощью обратной биологической связи с различными механизмами живого существа, позволяющими сохранить гомеостаз и обеспечить выживаемость индивида. В частности, изменение в любую сторону температуры на  $20^\circ\text{C}$  от нормальной температуры кожи человека сопровождается изменением перспирации (ощутимого или не ощутимого потоотделения) и способностью желез (потовой/сальной) функционировать по-разному (прекратить выделять или увеличить выделение биологических жидкостей наружу). Кроме того, механизм кожи человека реагирует на холод уменьшением объема кожи и влагосодержания в ней, конвективный тепловой поток перспирации прекращается, вследствие этого теплофизические характеристики кожи человека резко и нелинейно уменьшаются при уменьшении температуры до  $0^\circ\text{C}$ .

Для кратковременного касания твердого тела с аморфным в качестве аморфного тела был выбран медико-биологический объект (МБО). Влияние внутренних факторов, таких как перспирация, метаболизм и кровоток, не проявляется на поверхности либо пренебрежимо мало для выбранной измерительной ячейки с характерным размером 4 мм.

МБО был выбран в качестве аморфного тела для решения задачи термического ожога — определения температуры горячего тела, при которой возникает необратимая тепловая денатурация белка (коллагена) при кратковременных касаниях с МБО. Для минимизации риска получить термический ожог при кратковременном касании горячих тел с кожей человека на рабочем месте необходимо определить максимальную температуру, при которой ожог еще не возникает. Эта задача имеет практическое значение не только для отдельных рабочих (поваров, спасателей, сталеваров), но и для бытового применения.

---

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет). Россия, 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, 4; э-почта: pegasds1@mail.ru. Поступила 15.12.2014.

Целью данной работы является построение математической модели кратковременного взаимодействия аморфного тела (МБО) с использованием ряда допущений с жидким телом с отличной температурой; экспериментальное исследование тепловой активности кожи человека (МБО) в различных анатомических участках тела при разной температуре. В работе показано, что при кратковременном контакте горячей жидкости с МБО температура на поверхности кожи в месте контакта растет с течением времени по параболическому закону, однако темп этого роста незначителен и составляет тысячные доли градуса в минуту. Благодаря относительной точности измерения тепловой активности МБО в 5% при разной температуре в разных анатомических областях [3] ее экспериментальные данные важны для пополнения баз данных по теплофизическим характеристикам медико-биологических объектов. Эта величина актуальна при проектировании одежды, удовлетворяющей критерию комфортности в широком диапазоне температур при кратковременном контакте.

**Постановка задачи.** В основу теплофизического представления о формировании температурного ощущения при кратковременном контакте с нагретым (охлажденным) телом может быть положена тепловая задача о мгновенном соприкосновении двух разнородных неизотермических полуограниченных тел, имеющих разные начальные температуры. Данная задача была рассмотрена в [1, 2], зависимость теплофизических характеристик от температуры не учитывалась. В модели, предлагаемой в настоящей статье, также не рассмотрены термомеханические свойства МБО и наличие фазовых процессов, которые могут возникнуть даже при кратковременном контакте при достижении определенной температуры.

Пределы применимости рассматриваемой модели связаны с выполнением следующих основных условий: время введения в соприкосновение с нагретым телом должно быть заметно меньше длительности соприкосновения; длина диффузии температурного поля в каждую из сред должна быть заметно меньше линейного размера, характеризующего площадь соприкосновения; вместе с тем, эта длина не должна превышать протяженность (толщину) соприкасающихся тел. В модели не учитывается неоднородность кожного покрова и циркуляция крови в нем. Несмотря на указанные ограничения, соответствующий анализ показывает, что при длительности соприкосновения нагретым телом  $\leq 1$  с выбранная модель в большинстве случаев удовлетворительно передает характерные черты рассматриваемого явления и может использоваться для количественных оценок. Для наших целей достаточно рассмотреть лишь температуру в плоскости соприкосновения тел, так как она соответствует температуре кожи и определяет формирование температурного ощущения.

Если МБО, моделируемый твердым неизотермическим полуограниченным телом, соприкасается с другими такими же твердыми телами, то записываются граничные условия 4-го рода. В этом случае температура на поверхности МБО  $T_2(0, \tau)$  рассчитывается по следующей аналитической формуле [1, 2, 4]:

$$T_2(0, \tau) = (T_{01} - T_{02}) \frac{\varepsilon_1/\varepsilon_2}{1 + \varepsilon_1/\varepsilon_2} + T_{02} . \quad (1)$$

На поверхности кожи МБО устанавливается температурный скачок, величина которого зависит от разности начальных температур соприкасающихся тел  $(T_{01} - T_{02})$  и от отношения их тепловых активностей  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ .

Если МБО соприкасается с жидкими телами, то записываются граничные условия 3-го рода. Температуру на поверхности МБО можно вычислить аналитическим методом, приняв ряд допущений. Уравнение конвективного потока перспирации по порам и внутри МБО не применяется из-за характерного размера масштаба выбранной модели (2 мм) и малого выбранного времени взаимодействия (до 5 с). Кратковременное касание аморфного тела (МБО) с жидким моделируется нижеследующей системой уравнений:

$$\frac{\partial T_2(x, t)}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, t)}{\partial x^2}, \quad -\infty < x \leq 0, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

$$T_1(t = 0, 0 \leq x < \infty) = T_{01}, \quad T_2(t = 0, -\infty < x < 0) = T_{02}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_2(x, t)}{\partial x} = 0, \quad (x \rightarrow -\infty), \quad (4)$$

$$T_1(0, t) = T_2(0, t), \quad (5)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2(0, t)}{\partial x} + \alpha(T_2(x = 0, t) - T_{02}) = 0. \quad (6)$$

Если учесть, что отток тепла не происходит нормально поверхности соприкосновения (она как бы ограничена изотермической поверхностью), то температура на границе раздела сред (на поверхности МБО) в аналитическом виде известна [1]:

$$T_{2sol}(x, t) = T_{02} + (T_{01} - T_{02}) \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right) - \exp \left( \frac{\alpha}{\lambda_2} x + \left( \frac{\alpha}{\lambda_2} \right)^2 a_2 t \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{\sqrt{a_2 t}} + \frac{\alpha}{\lambda_2} \sqrt{a_2 t} \right) \right], \quad (7)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи от жидкости к МБО.

Известно, что аморфное тело (кожа) МБО состоит на 60–70% из воды. Необратимые реакции вследствие термического (или холодого) влияния наступают при достижении определенной температуры и времени ее воздействия. Это интегральный показатель. Тепловые явления делятся на стадии, которые более подробно описаны в работе [5]. Предлагается рассмотреть МБО и как жидкую полуограниченную неизолированную среду, которая кратковременно контактирует с более горячей жидкой полуограниченной неизолированной средой. Тогда модельная задача запишется так:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad t \geq 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, \quad -\infty < x \leq 0, \quad t \geq 0, \quad (9)$$

$$T_1(x \rightarrow \infty, 0) = T_{01}, \quad T_2(x \rightarrow -\infty, 0) = T_{02}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = 0 \quad (x \rightarrow \infty), \quad \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0 \quad (x \rightarrow -\infty), \quad (11)$$

$$T_1(0, t) = T_2(0, t), \quad (12)$$

$$\frac{\partial T_1(0, t)}{\partial x} = \alpha(T_1(0, t) - T_{01}), \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_2(0, t)}{\partial x} = \alpha(T_2(0, t) - T_{02}). \quad (14)$$

Здесь приняты те же обозначения и допущения, что и в предыдущей задаче, но с одним дополнением. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  принимается одинаковым для МБО и жидкости. Эта же модель применима и к более холодной контактирующей с МБО жидкости. Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  является экспериментальной величиной и для оценочных расчетов часто рекомендуется брать значение, равное 0.7.

Применив стандартные преобразования Лапласа и табличные интегралы [1], получим аналитическое решение данной системы уравнений (8)–(14):

$$T_1(x, t) = T_{01} + \frac{a_1 (T_{01} - T_{02})}{(a_1 - a_2)} \left( -\operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_1 t}} \right) + a_2 \left( \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_1 t}} \right) + \alpha A(x, t) \right) \right), \quad (15)$$

где

$$A(x, t) = \left( \sqrt{\frac{1}{a_2}} - \sqrt{\frac{1}{a_1}} \right) \left( \frac{\exp \left( -\frac{x^2}{4a_1 t} \right) \sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} + \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_1 t}} \right) - 1 \right) \frac{x}{\sqrt{a_1}} \right); \quad (16)$$

$$T_2(x, t) = T_{02} + \frac{a_2 (T_{01} - T_{02})}{(a_1 - a_2)} \left( -\operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right) + a_1 \left( \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_1 t}} \right) + \alpha B(x, t) \right) \right), \quad (17)$$

где

$$B(x, t) = \left( \sqrt{\frac{1}{a_2}} - \sqrt{\frac{1}{a_1}} \right) \left[ \frac{\exp \left( -\frac{x^2}{4a_2 t} \right) \sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} + \left( \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right) - 1 \right) \frac{x}{\sqrt{a_2}} \right]; \quad (18)$$

$$T_{2\text{liq}}(x = 0, t) = T_{02} + \frac{a_2 (T_{01} - T_{02})}{(a_1 - a_2)} \left( a_1 \left( \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} + \frac{\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1 a_2}} \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{t} \right) - 1 \right). \quad (19)$$

Предлагается истинную температуру на поверхности МБО искать как значение, находящееся между значениями температур по формулам (7) и (19):

$$T_2(x = 0, t) = kT_{2\text{T}}(x = 0, t) + rT_{2\text{liq}}(x = 0, t). \quad (20)$$

Значения коэффициентов  $k$  и  $r$  определяются экспериментальным путем и зависят от различных факторов и состояния МБО. Наиболее существенным фактором является влагосодержание, поэтому рекомендуется брать значения  $r$  в диапазоне 0.6–0.7, а  $k$  — 0.4–0.3.

Рассмотрим следствие полученного решения. Можно записать критерий ожогового поражения при соприкосновении покровной ткани МБО с нагретым телом. Скачок температур не должен быть велик, чтобы не вызвать необратимую тепловую денатурацию белка (45 °С). Температура на поверхности МБО за время соприкосновения тоже не должна превысить предельно допустимую в 45 °С, т. е. критерий ожогового поражения при граничных условиях 3-го рода можно записать как

$$T_2(x = 0, t) \leq T_{\text{crit}} = 45 \text{ °С}. \quad (21)$$

При заданной тепловой активности кожи МБО, времени соприкосновения и других параметрах данный критерий определяет допустимый диапазон температур жидкости, соприкосновение в котором будет восприниматься без болевого порога, наступающего при тепловом ожоге. Критерий служит той мерой, когда фазовое явление (денатурация белка) не началось.

Общий вид кривой, описывающей изменение температуры на поверхности МБО, представляет собой параболу. Термический ожог формируется в течение нескольких секунд. Известно, что термический ожог на теле человека наступает, если температура поверхности кожи была 45 °С и более в течение некоторого времени, а не мгновенно. В условиях жизнедеятельности и работы человек соприкасается с горячими телами, которые не всегда вызывают ожог. Это могут быть твердые или жидкие тела. Критерий ожогового поражения записан для горячего твердого тела в работах [2, 6]. Анализ равенства (1) для расчета  $T_2(0, \tau)$  показывает, что поверхность МБО не изменяет температуру с течением времени. Однако экспериментальные данные свидетельствуют об обратном. Пороговые значения температуры нагретого тела  $T_{01}^*$  (то есть поверхности МБО) [2] эмпирически рассчитываются как

$$T_{01}^* = \frac{(68.6 - 2.7\tau - T_{02})(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - T_{02}\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (22)$$

**Экспериментальные данные и обсуждение результатов исследования.** Для проведения теплофизического эксперимента был выбран импульсный метод "горячей нити". За короткое время терморезистивный датчик размерами  $2 \times 0.5$  мм в виде меандра (плоский датчик) из платины на подложке вводится в соприкосновение с исследуемым объектом. Сущность метода состоит в регистрации роста температуры резистивного элемента датчика, введенного в соприкосновение с исследуемым объектом в конце прямоугольного импульса. Температурное поле от датчика имеет плоскую симметрию. Экспериментальная установка реализует относительный метод измерения, и при длительности импульса порядка 1–5 с измеряются эффективные теплофизические характеристики, искаженные различными факторами. Методика проведения эксперимента и погрешности метода

## Тепловая активность МБО

Участок на теле человека	Тепловая активность $\varepsilon \cdot 10^3$ , Дж/(м <sup>2</sup> ·К·с <sup>0.5</sup> ) в зависимости от температуры			
	0–3 °С	10–13 °С	25 °С [7]	40–42 °С
Лоб	1.27	1.31	1.35	1.36
Щека	1.27	1.31	1.35	1.37
Кисть руки, ладонь	1.10	1.13	1.19	1.21
Кисть руки (внеш. сторона)	1.21	1.25	1.28	1.29
Живот	1.28	1.30	1.33	1.34
Предплечье	1.15	1.18	1.22	1.26
Область подошвы	0.84	0.86	0.87	0.88
Область голеностопного сустава	0.90	0.92	0.95	0.97

измерений описаны Г. Г. Спириным [3, 6]. Эксперимент выполнен на мостовой компенсационной установке. Для индикации сигнала с моста использовался осциллограф. В качестве зонда-датчика использовали стандартный терморезистор на 100 Ом. Нагрев резистивного элемента (РЭ) в конце импульса не превышал 3 °С. Метод нагреваемого РЭ в настоящее время широко распространен для исследования теплопроводности жидкостей [1, 6, 7]. Исследуемый участок тела человека обдувался в течение 15–20 мин феном с заданной температурой воздуха, что позволяло коже в этом месте принять через некоторое время температуру обдувающего воздуха. РЭ также подвергался обдуву в это время. Через 15 минут обдува датчик прикладывался на короткое время к исследуемому участку тела и разогревался прямоугольным импульсом в зависимости от участка кожи. После чего убирался с поверхности кожи и после остывания через 10 минут снова прикладывался к телу. Суммарное время работы фена над одной экспериментальной точкой было порядка 1 ч. Ввиду простоты эксперимента каждая точка измерялась по 5 раз, и в итоге выбиралось среднее значение.

В качестве медико-биологического объекта был взят среднестатистический человек. Эксперименты выполнены при температурах МБО в диапазонах 0–3 °С, 10–13 °С и 40–42 °С. В таблице приведены результаты экспериментов тепловой активности МБО. Погрешность примененного метода оценена в 5% с учетом всех аппаратных и систематических ошибок [3]. Методика проведения экспериментов описана в литературе [6, 8].

Расчеты, подтверждающие выводы о том, что жидкость с конкретной температурой и временем воздействия не причинит ущерб (термический ожог) и боль человеку, могут проводиться по формуле (20) и сравниваются с температурой 45 °С. Полученные данные актуальны в работе сотрудников МЧС, в исследовательской деятельности и при оптимизации терапевтического и/или лечебного воздействия в медицине, при технологическом проектировании свойств материалов в легкой промышленности, в бытовых ситуациях.

**Заключение.** Кратковременному контакту МБО с телами окружающей среды в научной литературе уделено мало внимания. Это связано с тем, что для медицины (лечение, диагностика, профилактика), например, необходимо решать сложные задачи, в которых время взаимодействия между МБО и телом начинается от 30 секунд и более. Для области проектирования одежды стали важны не столько комфортные условия от соприкосновения с телом человека, а механические, гидрофобные и оптические свойства вместе взятые, поскольку современные ткани, включая ткани специального назначения, уже обладают тепловой активностью, которая близка к рекомендуемой для ее комфортного ощущения при касаниях.

В настоящей работе рассмотрена модельная задача кратковременного соприкосновения МБО с жидкими телами окружающей среды с разными температурами. Приведены экспериментальные данные по тепловой активности разных анатомических участков кожи человека в зависимости от температуры. Благодаря знанию значений тепловой активности и описанным критериям термического поражения становится возможным рассчитать предельные температуры и максимальное время взаимодействия МБО с горячими жидкими веществами, используемыми для приготовления пищи или промышленного технического назначения, при взаимодействии с которыми не наступит термический ожог.

Согласно выражению (19), при контакте жидкого МБО (кровь, лимфа, слеза) с жидкостью определяющим значением в критерии термического ожога является не тепловая активность или теплопроводность, а теплопроводность и коэффициент теплоотдачи.

Для кратковременного взаимодействия МБО с горячей (холодной) средой нет необходимости записывать уравнение конвективных потоков в жидкой среде ввиду относительно небольшого диапазона температур 0–100 °С, а также из-за малого времени соприкосновения (до 5 с).

### Обозначения

$a$  — коэффициент температуропроводности материала,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $T$  — температура, К;  $t$  — время, с;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи между поверхностью МБО и жидкостью,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\varepsilon$  — коэффициент тепловой (термической) активности материала,  $\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{с}^{0.5})$ . Индексы: 0 — начальное состояние объекта до соприкосновения; 1 — твердое/жидкое тело (горячее или холодное), с которым контактирует МБО; 2 — МБО.

### Литература

1. **Лыков А. В.** *Теория теплопроводности*. Москва: Высшая школа, 1967.
2. **Спирин Г. Г., Василевский Д. В., Преображенский Б. А.** Теплофизические аспекты взаимодействия пилота с внешней средой. *Вестник МАИ*. 2010. Т. 17, № 4. С. 23–26.
3. **Спирин Г. Г.** Методические особенности кратковременных измерений в стадии иррегулярного теплового режима. *Инженерно-физический журнал*. 1980. Т. 38, № 3. С. 403–409.
4. **Симанков Д. С., Побережский С. Ю.** Критерий комфортности температурных ощущений медико-биологических объектов. *Электронный журнал "Современные проблемы науки и образования"*. 2012. № 6: <http://www.science-education.ru/106-7725>.
5. **Henriquez F. C., Jr.** Studies of thermal injury: V. The predictability and the significance of thermally induced rate processes leading to irreversible epidermal injury. *Arch. Pathology*. 1947. 43. Pp. 489–502.
6. **Спирин Г. Г.** *Кратковременные измерения в стадии иррегулярного теплового режима и диагностика теплофизических свойств диэлектрических веществ и материалов на их основе*. Дис. ... докт. техн. наук. Москва, 1986.
7. **Тимофеев О. А., Спирин Г. Г., Василевский Д. В.** Метод исследования теплопроводности жидкостей в микрообъемах. *Вестник МАИ*. 2007. Т. 14, № 1. С. 50–56.
8. **Спирин Г. Г., Ваничева Н. А., Ермакова О. А., Якуш Л. В.** Исследование теплофизических характеристик биологических тканей. *Инженерно-физический журнал*. 1986. Т. 50, № 1. Деп. в ВИНТИ РАН 24.06.85, № 4478–85.